

# PROGRAMMES 2024 MATHÉMATIQUES CYCLE 2

## ZOOM SUR LES FRACTIONS ET LES DÉCIMAUX

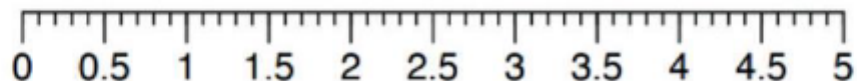
AVRIL 2025

# Les fractions

# Etat des lieux

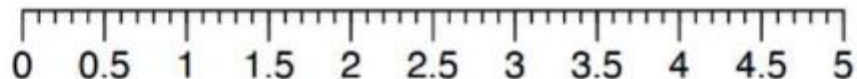
- Des difficultés à l'entrée en sixième sur les fractions et les décimaux...

Placez  $2 + \frac{1}{5}$



**3 % de réussite**

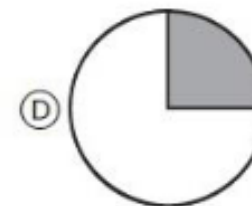
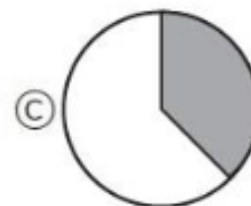
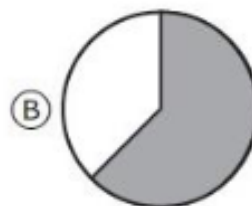
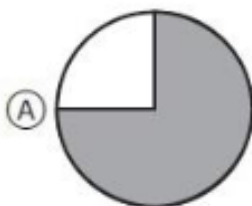
Placez  $2 + \frac{1}{5}$



**3 % de réussite**

# Etat des lieux

A. Lequel des cercles ci-dessous a les  $\frac{3}{8}$  de sa surface grisés ?



- Exemples de TIMSS...

B. Explique ou montre pourquoi ta réponse est correcte.

Juliette va chez sa grand-mère à vélo. Elle a parcouru  $\frac{3}{8}$  du chemin.

Quelle fraction de la distance lui reste-t-il à parcourir ?

Réponse :

France (2019) : 38 %  
UE (2019) : 45 %

### **Tableau 3** Corrélation entre la précocité de l'enseignement des fractions et la performance au test

| Pays ou province     | Début de l'enseignement (année) | Performance moyenne |
|----------------------|---------------------------------|---------------------|
| Angleterre           | 2                               | 55 %                |
| Corée du Sud         | 2                               | 73 %                |
| Floride              | 3                               | 69 %                |
| France               | 4                               | 37 %                |
| Hong Kong SAR        | 3                               | 83 %                |
| Irlande du Nord      | 2                               | 65 %                |
| Ontario              | 2                               | 45 %                |
| Québec               | 1                               | 57 %                |
| République d'Irlande | 3                               | 65 %                |
| Singapour            | 2                               | 83 %                |
| Taipei chinois       | 2                               | 72 %                |

*Éducation & formations n° 94 © DEPP*

# L'enseignement des fractions

## Les principes

Un alignement sur les pratiques des pays où les élèves sont en réussite.

- Des manipulations précoces et concrètes :
  - fraction d'un tout au CE1 ;
  - fraction d'une unité de longueur au CE2.

# L'enseignement des fractions

## Progression des apprentissages

| Les fractions                      | CP                                                                                | CE1                                                                                                                                                                                                                                                              | CE2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                    |                                                                                   | <p><i>Dès la période 2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fractions d'un TOUT.</li> <li>Fractions &lt; 1.</li> <li>Comparaison : manipulation, verbalisation, représentation géométriques.</li> <li>Dénominateurs : 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Fraction d'une unité de longueur =&gt; Graduer bande unité pour mesurer longueurs non entières.</li> <li>Fractions &lt; 1.</li> <li>Comparaison : positionnement sur règle graduée.</li> <li>Dénominateurs &lt; 12.</li> <li><math>\frac{5}{10} = \frac{1}{2}</math></li> </ul> |
| Fractions unitaires                |                                                                                   | → Savoir interpréter, représenter, écrire et lire les fractions $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ , $\frac{1}{4}$ , $\frac{1}{5}$ , $\frac{1}{6}$ , $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{10}$                                                                                  | → A réinvestir                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Fractions < 1                      |                                                                                   | → Savoir interpréter, représenter, écrire et lire des fractions inférieures ou égales à 1.                                                                                                                                                                       | → A réinvestir                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Equivalence                        |  |                                                                                                                                                                               | → Savoir établir des égalités de fractions inférieures ou égales à 1.                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Mesurer des longueurs non entières |                                                                                   |                                                                                                                                                                               | → Partager une unité de longueur en fractions d'unité et mesurer des longueurs non entières par rapport à cette unité.                                                                                                                                                                                                 |
| Comparer                           |                                                                                   | → Connaître et utiliser les mots « dénominateur » et « numérateur ».<br>→ Comparer des fractions ayant le même dénominateur.<br>→ Comparer des fractions dont le numérateur est 1.                                                                               | → Comparer des fractions inférieures à 1.                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Calculer                           |                                                                                   | → Additionner et soustraire des fractions de même dénominateur.                                                                                                                                                                                                  | → Additionner et soustraire des fractions.                                                                                                                                                                                                                                                                             |

# L'enseignement des fractions

## Les obstacles pour les élèves

→ **La nature bipartite d'une fraction** (conception des élèves pour qui la fraction est composée de deux nombres séparés par une barre) : « *les élèves ne peuvent pas comprendre d'emblée une fraction comme un seul nombre, car son écriture en comprend deux.* » (CSEN, le passeur).

*Il faut donc multiplier les activités, les supports (droite graduée notamment), les verbalisations (« un quart, et un quart, et un quart, cela fait trois quarts »), qui vont permettre d'aller à l'encontre de cette conception intuitive des élèves, et ancrer la fraction comme un nombre.*

**Vigilance** : les programmes indiquent que les élèves doivent connaître les termes « **numérateur** » et « **dénominateur** ». Veiller à ce que cet apprentissage des deux termes ne vienne pas ancrer chez les élèves la conception de la nature bipartite de la fraction. Pour cela, on peut par exemple insister sur leur sens (l'un représente le tout, l'autre le nombre de part), et ne pas en faire un objectif premier, en introduisant ce lexique après avoir manipulé, verbalisé, représenté.



# L'enseignement des fractions

## Les obstacles pour les élèves.

### → Le biais de raisonnement sur les nombres entiers :

- «  $\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$  car  $4 > 3$  »
- « La multiplication rend plus grand, la division rend plus petit »

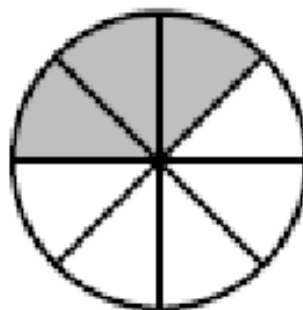
### → Un répertoire limité de représentations de fractions et un manque de liens établis entre celles-ci -> installer le sens :

- En variant les représentations visuelles, tactiles, autres.
- En ne passant pas à l'abstraction trop précocement.

### → Une mécompréhension de l'unité.

# L'enseignement des fractions

## Au CE1



## Fractions d'un tout au CE1

Il s'agit d'abord de familiariser les élèves avec les mots « moitié », « demi » et « quart » afin qu'ils comprennent que, par exemple, un quart de disque désigne une partie du disque dans le cas d'un partage en quatre parts égales.

– Savoir interpréter, représenter, écrire et lire les fractions  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{8}$  et  $\frac{1}{10}$ .

– Savoir interpréter, représenter, écrire et lire des fractions inférieures ou égales à 1.

– Connaître et utiliser les mots « dénominateur » et « numérateur ».  
– Comparer des fractions ayant le même dénominateur.  
– Comparer des fractions dont le numérateur est 1.

– Additionner et soustraire des fractions de même dénominateur.

Les fractions rencontrées au CE1 ont un dénominateur égal à 2, 3, 4, 5, 6, 8 ou 10.

# L'enseignement des fractions

De nouvelles pratiques de manipulations vont pouvoir se développer .

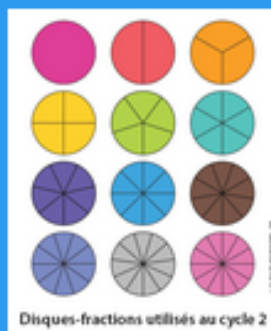


# L'enseignement des fractions

## Insister sur l'importance de l'unité

... avec par exemple des activités de ce type, à l'oral (importance de la verbalisation de l'élève et de l'enseignant.e), et ritualisables ...

**2. Insister sur l'importance de l'unité.** Comprendre que la grandeur d'un nombre en écriture fractionnaire est relative à la taille de l'unité est une clé pour comprendre les nombres rationnels, selon Barnett-Clarke et al.



**Que faire au cycle 2 pour y remédier ?** Voici un type d'exercice de sensibilisation qui peut être proposé régulièrement. Brandissez une pièce en forme de demi-disque (l'une des pièces rouges sur la figure des disques-fractions) et posez la question : « Quelle fraction cela représente-t-il ? » La plupart des enfants (et des adultes !) répondront à l'unisson : « un demi ».

Or, dans votre question, vous n'avez pas identifié le tout ou l'unité. Au lieu de répondre « c'est faux », posez une autre question : « Vous ai-je précisé quel est le tout ? » Poursuivez avec :

- si l'unité est 1 disque entier, effectivement la réponse est  $\frac{1}{2}$  ;
- mais si l'unité est 3 disques (3 disques fuchsia ci-contre, représentant par exemple un paquet de 3 cookies), la réponse est alors  $\frac{1}{6}$  ;
- et si l'unité est un quart de disque (l'une des pièces jaunes dans la figure), alors la réponse est 2.

Etc.

# L'enseignement des fractions

**Insister sur  
l'importance de  
l'unité**

...et des activités de ce  
type, à l'écrit.

**3** Observe le tout puis complète la partie.

a) Si  est le tout, alors  vaut  $\frac{\square}{\square}$ .

b) Si  est le tout, alors  vaut  $\frac{\square}{\square}$ .

c) Si  est le tout, alors  vaut  $\frac{\square}{\square}$ .

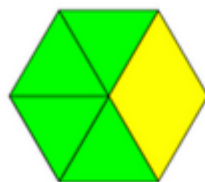
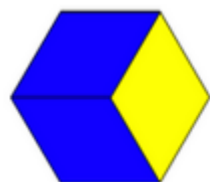
d) Si  est le tout, alors  vaut  $\frac{\square}{\square}$ .

Source : Maths : La méthode de Singapour, CE1, Fichier 2  
Neagoy, M. et al. (La librairie des écoles, Paris, 2025)

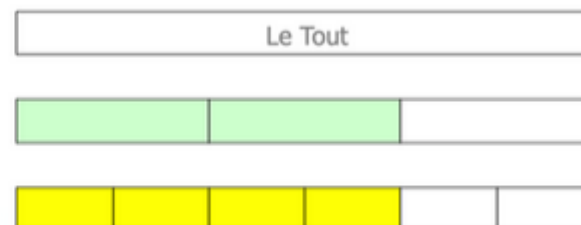
# L'enseignement des fractions

## Travailler la notion d'équivalence

... à l'aide de  
représentations  
concrètes.



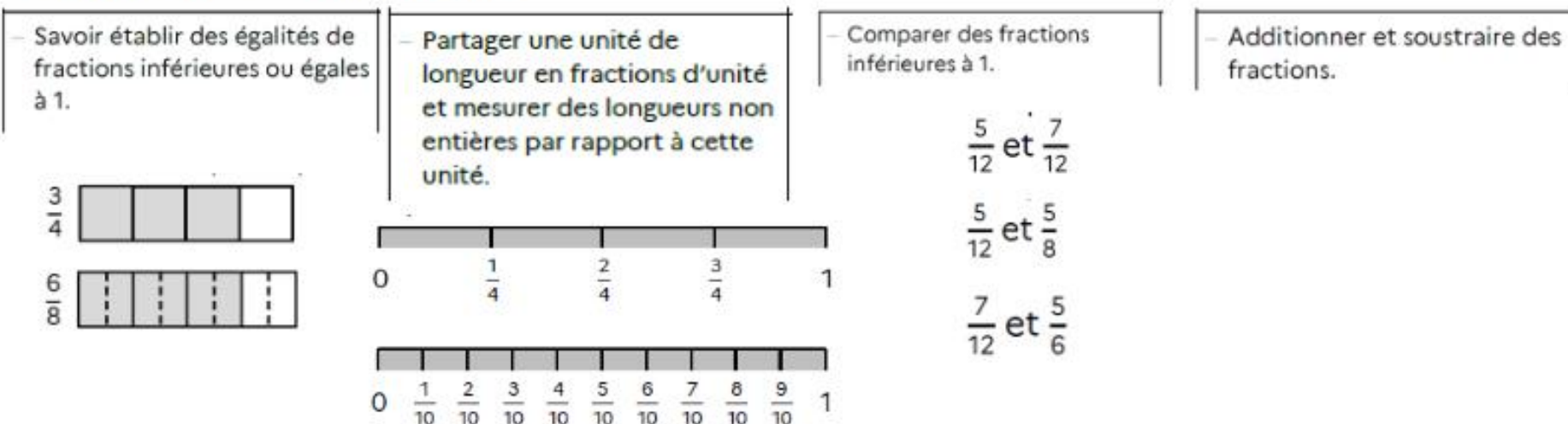
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$



# L'enseignement des fractions

## Au CE2

Au CE2, les fractions permettent de mesurer des longueurs lorsque les entiers ne suffisent plus.



Les fractions rencontrées au CE2 ont un dénominateur inférieur ou égal à douze et sont toutes inférieures ou égales à un.



## Analyse des erreurs d'élèves

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{8}$$

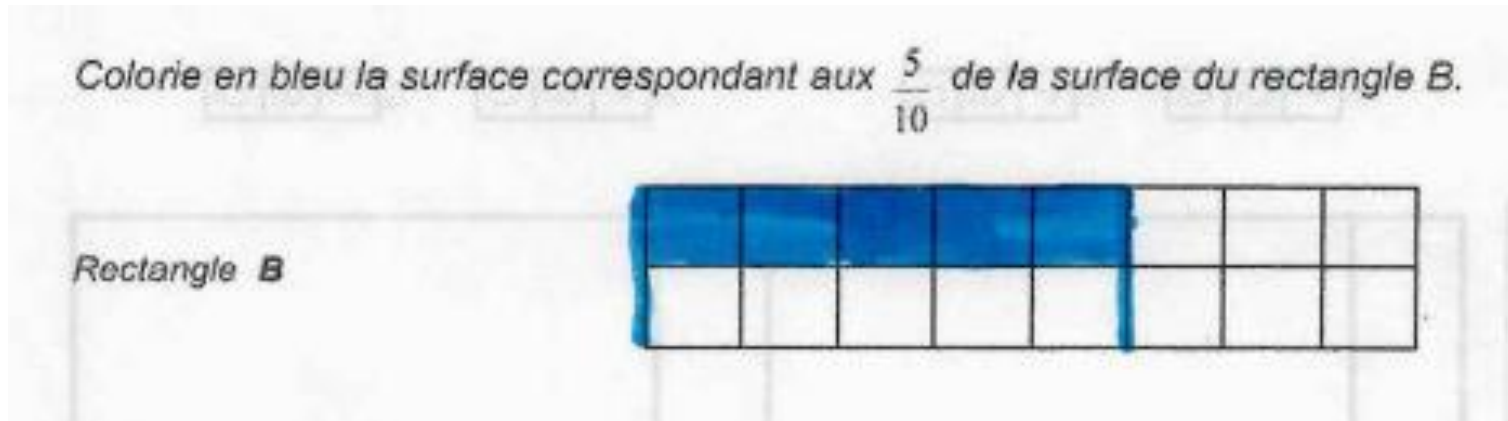
$$\frac{7}{4} = 1 + \frac{6}{4}$$

Comment expliquer que les élèves fassent cette erreur ? Comment les aider à dépasser cette conception erronée ?





# Analyse des erreurs d'élèves



Comment expliquer que les élèves fassent cette erreur ? Comment les aider à dépasser cette conception erronée ?

# Le concept de fraction : importance de la verbalisation



## Fractions et nombres décimaux au cycle 3

L'écriture symbolique, par exemple  $\frac{4}{3}$  nécessite un effort d'interprétation pour être pensée « 4 fois un tiers » et lue « quatre tiers ». Le nombre du dessus se lit directement 4 alors que le nombre du dessous **ne se lit pas 3 mais s'interprète « tiers »**. La lecture « quatre sur trois » n'a à ce stade pas de sens et est potentiellement source d'erreurs....

**La verbalisation « quatre tiers »** joue donc un rôle essentiel dans la construction du concept de fraction, elle doit être préalable à l'introduction de la notation symbolique et vivre tout au long du cycle 3. »

→ 4 tiers

# L'enseignement des fractions

## En résumé

Erreur élèves : « **deux  
nombres traités  
séparément** »

Prendre le temps de  
« parler les  
fractions » avant  
d'introduire le codage.



Fractions

Un concept multifacettes :  
des réalités différentes  
pour un même nombre

Erreur élèves : « **une  
fraction est  
inférieure à 1** »

Prendre le temps  
de travailler dans  
la durée.

# Les nombres décimaux

# Etat des lieux

- Des difficultés à l'entrée en sixième sur les nombres décimaux...

10/ Quel est le plus petit nombre parmi les suivants ?

☐ 1,082   ☐ 1,4   ☐ 1,09   ☐ 2,03

**49 % de réussite**

# L'enseignement des nombres décimaux

## Les principes

« L'écriture à virgule des nombres décimaux est introduite dans le cadre de la **monnaie**. Ceci permet d'effectuer les premières comparaisons, additions et soustractions de nombres écrits avec une virgule dans des contextes concrets. » *(programmes 2024)*

Cycle 2

« Ce travail prépare les élèves à **l'introduction plus formelle des nombres décimaux à partir des fractions décimales**, qui sera menée au cycle 3. » *(programmes 2024)*

Cycle 3

# L'enseignement des nombres décimaux

## Dans les programmes

L'écriture à virgule est citée :

- Dans le chapitre « **GRANDEURS et MESURES / Monnaie** » au CE1 et au CE2.
- Dans le chapitre « **LES QUATRE OPERATIONS / opérations / Poser et effectuer des additions et des soustractions en colonnes** » au CE2.

# L'enseignement des nombres décimaux

## Le rôle de la virgule

*« L'utilisation de l'écriture à virgule pour la monnaie se fait de façon pratique et concrète, sans introduire le nom des unités de numération (dixième, centième ou millième) qui seront présentées au cycle 3 en s'appuyant sur les fractions décimales ».*

**« ... la virgule est ici présentée comme le signe qui permet de repérer le chiffre des unités d'euro. »**

**Vigilance :** Il est fondamental d'expliquer aux élèves le rôle de la virgule de cette manière *(et non pas comme la séparation entre partie entière et partie décimale, ce qui est erroné, et qui alimenterait l'idée qu'un nombre décimal est constitué de deux nombres séparés par une virgule).*



## En résumé

### Erreur élèves « Deux nombres séparés par une virgule »

« Dire » un nombre décimal :

4,25 4 unités et 25 centièmes ou 4 unités, 2 dixièmes et 5 centièmes, ...  
4,25 € 4 euros et 25 centimes

**Insister sur le calcul mental**

### Nombres décimaux

**Cycle 2 : échanges**  
**1 € ↔ 100 centimes**

**Cycle 3 : Lien avec les fractions décimales et la numération décimale**

**Obstacle : Les règles qui s'appliquent aux entiers naturels ne s'appliquent pas toutes aux nombres décimaux.**

Entre deux nombres décimaux, il y a une infinité de nombres décimaux.

Le nombre qui a le plus de chiffres n'est pas forcément le plus grand.

*cas particulier avec la monnaie : 0 ou 2 chiffres après la virgule*

# La droite graduée

*Un moyen pour aider les élèves à comprendre les fractions et les nombres décimaux, et pour permettre aux enseignant.e.s d'identifier les difficultés des élèves.*

# Ressources



## 2-3 la droite numérique objet d'enseignement

IFE mars 2020

**De la bande numérique à la droite numérique graduée**

**La suite des nombres**

**Bousté-Carrère Sandrine, RMC Pau Centre**

MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE,  
DE LA JEUNESSE  
ET DES SPORTS  
*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

Conseil scientifique  
de l'éducation nationale

**Note du CSEN —**

**— Février 2022, n° 5**

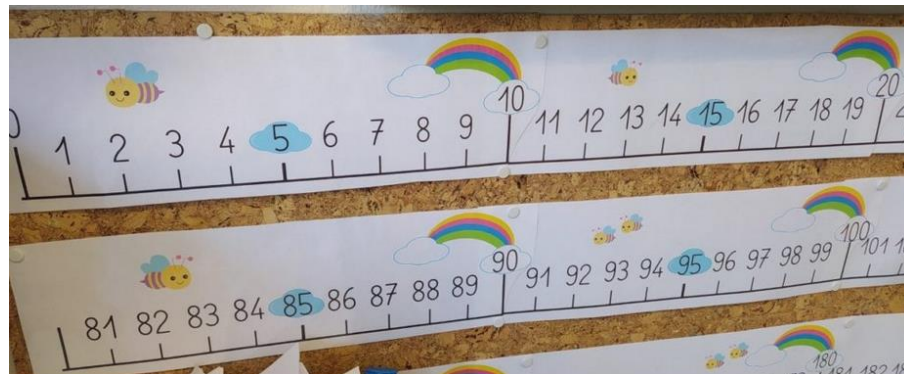
**Évaluer la compréhension des nombres  
décimaux et des fractions:  
Le test de la ligne numérique**

Rédigée par Stanislas Dehaene, Cassandra Potier-Watkins, Chen Xi He et Marie Lubineau<sup>1</sup>

## De la bande numérique à la droite graduée

La droite graduée présente un intérêt important pour la compréhension du nombre et du système de numération, à condition :

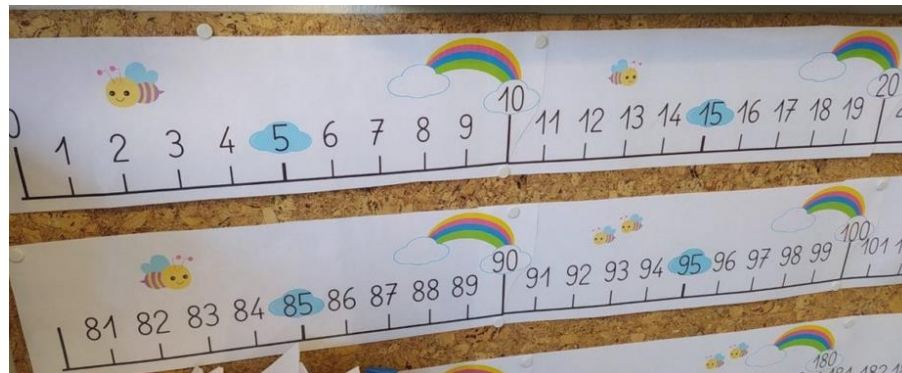
- De rendre explicite le passage de la bande numérique à la ligne graduée.
- De mettre du sens sur la constitution de la ligne graduée.
- D'automatiser son utilisation pour libérer de la mémoire de travail quand on l'utilise.



## De la bande numérique à la droite graduée

La droite graduée présente un intérêt important pour la compréhension du nombre et du système de numération, à condition :

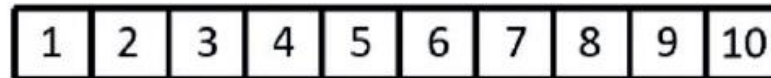
- De rendre explicite le passage de la bande numérique à la ligne graduée.
- De mettre du sens sur la constitution de la ligne graduée.
- D'automatiser son utilisation pour libérer de la mémoire de travail quand on l'utilise.





Quels obstacles élèves identifiez-vous pour passer de la bande numérique à la ligne graduée ?

Bande numérique



Ligne graduée





Quels obstacles élèves identifiez-vous pour passer de la bande numérique à la ligne graduée ?

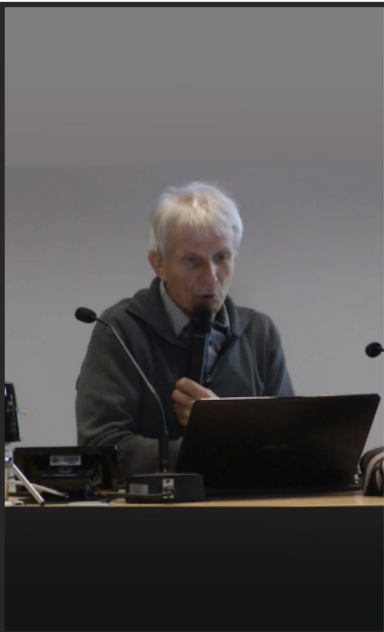
### Éléments de réponses :

- On introduit le fait de parler de **spatial** (par exemple « 36 est entre 30 et 40 », « 29 est proche de 30 ») sans l'avoir étudié, sans avoir étudié la droite.
- Sur la droite graduée, le même nombre désigne un point et la distance à l'origine.
- La graduation indique qu'on va conserver les distances. C'est nouveau.
- On commence à mettre au point un outil qui va permettre de mesurer des longueurs.



# Quels obstacles élèves identifiez-vous pour passer de la bande numérique à la ligne graduée ?

## Éléments de réponses en vidéo



**2-3**

**la droite numérique objet  
d'enseignement**

IFE mars 2020

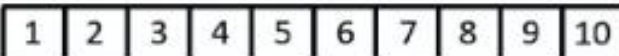
| CHAPITRE                                        | DURÉE |
|-------------------------------------------------|-------|
| La droite numérique comme objet d'enseignement. | 05:11 |
| La droite numérique comme outil d'enseignement. | 06:05 |



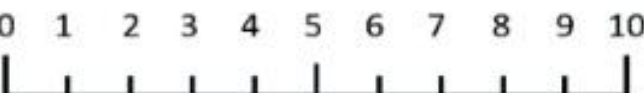
# Différentes représentations spatiales qui peuvent aider les élèves à comprendre le sens et la grandeur des nombres

## Types de représentation spatiale des nombres

Jetons ordonnés 

Bande numérique 

Bâtons de 1 à 10 de Maria Montessori 

Ligne graduée 

Ligne non graduée 

Ligne graduée avec de grands nombres 

Tableau de nombres 

Ligne avec graduations décimales 

## Intérêt pédagogique

- Fait appel au sens inné des ensembles d'objets concrets
- Enseigne la linéarité des nombres entiers
- Enseigne que les additions et les soustractions correspondent à des déplacements

- Assure la transition entre la bande et la ligne numérique
- Met en relation le comptage et la mesure de l'espace

- Fait comprendre que chaque nombre occupe une position bien précise

- Oblige à visualiser mentalement l'espace des nombres

- Rend intuitive la grandeur des nombres à deux chiffres

- Fait comprendre la notation en base dix
- Sépare bien les dizaines et les unités
- Permet de visualiser l'effet d'une addition sur les dizaines et les unités

- Aide à comprendre les nombres décimaux et les fractions

Bousté-Carrère Sandrine, RMC Pau Centre

